Aksioma: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Volume 16, No. 3, Desember 2025, pp. 431-442
ISSN: 2579-7646 (e) | 2086-2725 (p)
https://doi.org/10.26877/mtq84p22

Persamaan Diferensial Parsial dalam teknologi radar pada era perang dunia II: suatu tinjauan historis

Andika Triputra Tresnasena[1], Didi Suhaedi[2]

[1,2]Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung
Correspondence: andikatt1102@gmail.com

Received: August 26, 2025 | **Revised**: Sept 17, 2025| **Accepted**: Sept 30, 2025 | **Published Online**: November 19, 2025

Abstract

This study examines the contribution of Partial Differential Equations (PDEs) to the development of radar technology, highlighting World War II as a crucial historical period. This context was chosen because radar experienced rapid progress during that time, and the application of Maxwell's equations and the wave equation proved decisive in shaping global military strategy. Thus, World War II serves as a concrete example of how mathematical models can bridge theory and practice while driving technological innovations that changed the course of history. The issue addressed is the lack of understanding and emphasis on the application of PDEs in current engineering education. The objective of this research is to explore the role of PDEs in supporting radar design and optimization while identifying gaps in engineering curricula related to their application. The method employed is a literature study, analyzing various scientific sources and relevant historical documents. The findings indicate that PDEs, through Maxwell's equations and the wave equation, provide a fundamental mathematical basis for radar development. These results show that radar not only enhanced object detection accuracy but also significantly influenced military strategy. The study further reveals that current teaching approaches remain largely theoretical and insufficiently applicative, leaving graduates unprepared for industry challenges. Therefore, a better understanding of PDEs is expected to foster innovation in radar technology and other fields. The study also emphasizes the need for curriculum reform to be more practice-oriented, enabling graduates to connect theory with real-world applications and contribute effectively to future technological and industrial progress.

Keywords: partial differential equations; radar; education; technology; electromagnetic waves

How to Cite: Tresnasena , Andika Triputra,, Suhaedi, Didi. (2025). Persamaan Diferensial Parsial dalam teknologi radar pada era perang dunia II: suatu tinjauan historis. *Aksioma: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika, 16*(3), 431-442. https://doi.org/10.26877/mtq84p22

PENDAHULUAN

Persamaan Diferensial Parsial (PDP) adalah alat matematis yang digunakan untuk memodelkan berbagai fenomena fisik, seperti perambatan panas, perambatan suara, aliran fluida, elastisitas, elektrostatika, elektrodinamika, dll (Folland, 1995; Handayanto, 2010; Supandi, 2010). PDP juga digunakan untuk memahami perilaku gelombang elektromagnetik, termasuk bagaimana gelombang tersebut dipancarkan, berinteraksi dengan berbagai permukaan melalui pemantulan, serta diterima kembali, seperti yang dijelaskan dalam analisis propagasi, radiasi, dan hamburan gelombang elektromagnetik (Ishimaru, 2017). Dengan sifat-sifat gelombang ini, sistem radar dapat dirancang dengan lebih efektif dan akurat.

Salah satu contoh nyata penerapan PDP yang berpengaruh besar terhadap perkembangan teknologi dunia adalah dalam pengembangan teknologi radar selama Perang Dunia II. Perang tersebut mendorong perkembangan pesat teknologi radar, yang menjadi kunci dalam strategi militer untuk mendeteksi dan melacak objek dari jarak jauh menggunakan gelombang elektromagnetik. Radar, yang pertama kali dikembangkan pada 1930-an, mengalami kemajuan signifikan selama perang seiring upaya Sekutu dan Poros untuk memperoleh keunggulan taktis. Pengembangan radar ini didasarkan pada konsep matematis seperti PDP, yang digunakan untuk memodelkan dan mengoptimalkan deteksi target (Fedorkow, 2025; Garcia-Atutxa et al., 2025; Pun, 2021).

Dengan mengandalkan prinsip-prinsip matematika yang kompleks, radar menjadi alat yang sangat krusial dalam strategi militer, memberikan keunggulan signifikan bagi negara-negara yang menggunakannya (Islam & Islam, 2025; Zhao, 2022). Peran PDP dalam radar tidak hanya terbatas pada masa perang, tetapi juga terus berkembang hingga saat ini dalam bidang navigasi, komunikasi, dan keamanan.

Namun, pentingnya pemahaman tentang konsep ini masih kurang ditekankan dalam sistem pendidikan saat ini, yang mengakibatkan kesenjangan antara teori yang diajarkan di institusi pendidikan dengan kebutuhan dunia industri dan militer. Lozada et al. (2021) mengungkapkan bahwa metode pengajaran yang diterapkan saat ini cenderung bersifat teoritis dan kurang memberikan pemahaman aplikatif kepada siswa. Kurangnya inovasi dalam pendekatan pengajaran, seperti penggunaan metode berbasis proyek atau teknologi, menyebabkan siswa kesulitan dalam menghubungkan konsep PDP dengan aplikasinya di dunia nyata (Muslim, 2017).

Selain itu, terdapat kesenjangan dalam kurikulum teknik yang menyebabkan kurangnya pemahaman terhadap aplikasi PDP (Dilhani, 2015). Kurikulum yang ada masih menekankan aspek teoritis, sementara penerapan konsep-konsep seperti PDP dalam teknologi canggih, termasuk radar, sering kali diabaikan. Akibatnya, pembelajaran PDP menjadi kurang efektif dan tidak mampu mempersiapkan pelajar untuk tantangan di dunia industri dan teknologi modern (Denton, 1998; Graham, 2018).

Artikel ini bertujuan untuk membahas kontribusi PDP dalam pengembangan teknologi radar, dari sejarah penemuan hingga penerapannya selama Perang Dunia II, dengan fokus pada persamaan Maxwell dan persamaan gelombang sebagai dasar utama radar. Melalui pembahasan ini, diharapkan pemahaman tentang aplikasi PDP dalam teknologi modern dapat meningkat, sekaligus mendorong apresiasi terhadap peran matematika dalam perkembangan teknologi. Artikel ini juga bertujuan untuk meningkatkan kesadaran akan pentingnya pembelajaran PDP yang lebih aplikatif dalam kurikulum pendidikan teknik agar lulusan lebih siap menghadapi tantangan di dunia industri.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur dengan landasan dasar metode kajian teoritis. Metode ini bertujuan untuk meneliti lebih dalam kontribusi PDP dalam pengembangan teknologi radar selama Perang Dunia II melalui analisis berbagai literatur ilmiah dan dokumen sejarah yang relevan, sejalan dengan penerapan metode studi literatur yang digunakan oleh Awanda et al. (2025) dalam kajian pendidikan berbasis teori. Penelitian ini berfokus pada eksplorasi konsep PDP, impelementasinya dalam teknologi radar, serta hubungan PDP dengan gelombang eletromagnetik dan persamaan Maxwell.

Setting penelitian berupa ruang lingkup sumber literatur daring seperti jurnal ilmiah, buku, dan arsip dokumen sejarah. Subjek penelitian meliputi teori-teori matematika dan fisika yang relevan, khususnya penerapan pada radar. Sampel diambil secara purposif, yakni referensi yang membahas penerapan PDP dalam radar.

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini berupa literatur ilmiah dan historis, meliputi artikel jurnal internasional bereputasi, prosiding konferensi, buku ilmiah, serta dokumen sejarah yang relevan dengan perkembangan radar pada Perang Dunia II. Sumber-sumber tersebut diperoleh melalui *platform* akademik, koleksi buku, dan arsip sejarah. Untuk menjamin keabsahan data, digunakan teknik triangulasi sumber, yaitu membandingkan informasi dari berbagai jenis literatur guna melihat konsistensi temuan.

Data yang terkumpul diolah menggunakan pendekatan analisis deskriptif untuk menyusun sintesis temuan. Hubungan antara PDP dan implementasi teknisnya dalam rada akan ditekankan. Alur analisis dimulai dari kajian teoritis PDP, eksplorasi solusi matematis, hingga penerapannya dalam teknologi rada selama Perang Dunia II. Pendekatan ini diharapkan memberikan gambaran komprehensif mengenai peran PDP dalam teknologi radar.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Sejarah Penemuan PDP

PDP memainkan peran penting dalam memodelkan berbagai fenomena fisika, termasuk propagasi gelombang elektromagnetik. PDP menjadi fondasi teori yang mendukung pengembangan teknologi radar selama Perang Dunia II. Perjalanan menuju penguasaan teori ini dimulai sejak abad ke-18 oleh para matematikawan terkemuka yang menggali dan mengembangkan konsep-konsep dasar dalam analisis matematika.

Salah satu tokoh utama dalam perkembangan awal PDP adalah Leonhard Euler. Ia memperkenalkan konsep dasar persamaan diferensial parsial dalam artikelnya yang berjudul *De integratione aequationis differentialis* dan *Sur la Vibration des Cordes*. Karya ini menekankan pentingnya PDP dalam memodelkan fenomena fisik seperti teori dawai bergetar, sekaligus memperkenalkan notasi awal untuk turunan parsial. Penemuan ini memiliki dampak signifikan, meskipun mendapat kritik dari d'Alembert, yang berpendapat bahwa solusi Euler belum mencakup semua bentuk getaran dawai yang mungkin terjadi (Calinger, 2016; Fortune, 2024). Kritik ini justru memicu diskusi yang memperkaya pengembangan teori tersebut dan membuka jalan untuk penerapan PDP pada pemodelan gelombang elektromagnetik.

Salah satu yang mengembangkan teori tersebut adalah Euler, yang menyadari bahwa fungsi yang tidak mulus atau diskontinu memiliki potensi besar untuk dipelajari dalam analisis matematika. Gagasan ini memberikan dasar untuk memahami bagaimana gelombang bergerak dalam satu arah dan interaksinya dengan medium (Calinger, 2016). Pemahaman ini sangat relevan dalam konteks radar, di mana gelombang elektromagnetik berinteraksi dengan target melalui pantulan dan difraksi, seperti saat mendeteksi pesawat atau kapal musuh.

Pengembangan lebih lanjut dilakukan oleh Jean-Baptiste Fourier, yang mempelajari propagasi panas menggunakan PDP dan memperkenalkan Persamaan Panas atau Persamaan Difusi Panas. Dalam bukunya *Théorie analytique de la chaleur* (1822), Fourier juga memperkenalkan deret Fourier, alat matematika yang memungkinkan representasi fungsi periodik dalam bentuk sinus dan kosinus. Pendekatan ini menjadi sangat penting dalam menyelesaikan PDP untuk masalah-masalah dengan kondisi batas periodik. Aplikasi Fourier pada radar memungkinkan dekomposisi sinyal menjadi komponen-komponen frekuensi untuk analisis yang lebih mendalam, yang sangat berguna dalam pengembangan radar modern (Maurey, 2019).

Sejalan dengan kontribusi Fourier dalam analisis sinyal radar, ilmuwan lain bernama D'Alembert juga memberikan sumbangan penting. Pada tahun 1743, ia memperkenalkan Persamaan Gelombang dalam bukunya *Traité de Dynamique*, yang digunakan untuk menjelaskan bagaimana gelombang bergerak pada tali yang bergetar. Persamaan ini menunjukkan hubungan antara gerakan tali dengan waktu dan posisi. D'Alembert juga menambahkan konsep tentang bagaimana kondisi awal dapat memengaruhi pergerakan gelombang, yang saat itu menjadi bahan diskusi dengan ilmuwan lain seperti Euler dan Bernoulli. Penemuan ini sangat berguna dalam radar modern, terutama untuk memahami bagaimana gelombang elektromagnetik merambat di udara (Oliveira, 2020).

Melengkapi temuan sebelumnya, Lagrange mengembangkan model massa diskret untuk memahami getaran tali. Ia merepresentasikan tali sebagai serangkaian massa yang dihubungkan oleh tali tanpa bobot, dan menyelesaikan sistem persamaan diferensial untuk model ini. Dengan mengambil limit menuju kasus kontinu, Lagrange berhasil memperoleh solusi fungsional yang setara dengan temuan Euler. Pendekatan ini memberikan kerangka baru untuk mempelajari interaksi gelombang dengan objek, sebuah konsep yang diterapkan dalam radar untuk mendeteksi dan melacak target (Simmons, 2016).

Penemuan-penemuan besar dari Euler, Fourier, d'Alembert, dan Lagrange ini membentuk fondasi teori PDP yang kemudian diterapkan dalam pengembangan teknologi radar selama Perang Dunia II. Dengan memahami propagasi, pemantulan, dan penerimaan gelombang elektromagnetik melalui PDP, para ilmuwan dapat merancang radar yang mampu mendeteksi target dengan akurasi tinggi. Hal ini menjadi salah satu faktor kunci dalam keberhasilan operasi militer Sekutu, menjadikan teori PDP sebagai pilar penting dalam sejarah matematika terapan dan teknologi modern.

Kemajuan dalam teori PDP ini kemudian diperkuat oleh kontribusi James Clerk Maxwell pada abad ke-19, yang merumuskan empat persamaan fundamental yang kini dikenal sebagai Persamaan Maxwell. Persamaan ini tidak hanya menyatukan konsep listrik dan magnetisme, tetapi juga memberikan pemahaman lebih dalam mengenai propagasi gelombang elektromagnetik. Salah satu kontribusi penting Maxwell adalah penambahan arus perpindahan ke hukum Amperè, yang menyempurnakan hubungan antara medan listrik dan medan magnet. Dengan demikian, Maxwell menunjukkan bahwa perubahan medan listrik dapat menciptakan medan magnet, dan sebaliknya, sehingga memungkinkan gelombang elektromagnetik merambat bahkan di ruang hampa. Temuan ini menjadi dasar ilmiah yang kokoh bagi berbagai inovasi teknologi, termasuk radar (Orfanidis, 2016).

Kontribusi Maxwell menjadi kunci dalam pengembangan teknologi radar modern. Gelombang elektromagnetik yang diprediksi oleh persamaannya memungkinkan sistem radar untuk mengukur dan mendeteksi objek dari jarak jauh dengan menggunakan prinsip pemantulan gelombang pada permukaan target. Hubungan erat antara medan listrik dan magnet menghasilkan gelombang transversal yang membawa energi, yang memungkinkan transfer informasi melalui ruang. Dengan pemahaman matematis yang cermat, Maxwell memberikan dasar yang kuat untuk perkembangan teknologi berbasis antena dan komunikasi yang terus berkembang hingga saat ini.

Dengan demikian, persamaan Maxwell dan persamaan gelombang sebagai bentuk dasar dari PDP tidak hanya menjelaskan fenomena elektromagnetik secara matematis, tetapi juga memberikan fondasi konseptual bagi pengembangan radar. Hal ini selaras dengan tujuan penelitian, yaitu menegaskan peran fundamental PDP sebagai landasan teknologi radar.

2. Penurunan Secara Matematis PDP dalam Radar

Persamaan Maxwell merupakan landasan utama dalam deskripsi medan elektromagnetik. Hubungan antara medan listrik E, medan magnet B, dan distribusi muatan serta arus listrik diatur oleh empat persamaan Maxwell. Dalam konteks radar, persamaan gelombang elektromagnetik diturunkan dari persamaan Maxwell untuk medan listrik dan medan magnet dalam medium vakum tanpa sumber muatan, yang ditunjukkan sebagai berikut.

$$\nabla \cdot E = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \tag{2}$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{3}$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \tag{4}$$

Untuk medan magnet, dari persamaan Maxwell ketiga (3):

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Melakukan operasi rotasi ($\nabla \times$) pada kedua sisi persamaan pertama menghasilkan:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times B)$$

Dengan identitas vektor:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E,$$

dan substitusi $\nabla \cdot E = 0$, maka:

$$-\nabla^2 E = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

Sehingga persamaan gelombang medan listrik diperoleh:

$$\nabla^2 E - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

Dengan definisi kecepatan cahaya $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, persamaan menjadi:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \tag{5}$$

Untuk medan magnet, dari persamaan Maxwell keempat (4):

$$\nabla \times B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Melakukan operasi rotasi ($\nabla \times$) pada kedua sisi persamaan pertama menghasilkan:

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \nabla \times \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\right)$$

Dengan identitas vektor:

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \nabla(\nabla \cdot B) - \nabla^2 B,$$

Substitusikan persamaan Maxwell kedua (2) $\nabla \cdot B = 0$ dan persamaan Maxwell ketiga (3) $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$:

$$-\nabla^2 B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Sehingga persamaan gelombang medan magnet diperoleh:

$$\nabla^2 B - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

Dengan definisi kecepatan cahaya $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, persamaan menjadi:

$$\nabla^2 B - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \qquad (6)$$

Kedua persamaan gelombang ini (5) dan (6) menjelaskan propagasi gelombang elektromagnetik di vakum untuk medan listrik dan medan magnet.

Dalam radar, solusi untuk persamaan gelombang elektromagnetik sering direpresentasikan sebagai gelombang datar:

$$E(r,t) = E_0 e^{i(k \cdot r - \omega t)}, B(r,t) = B_0 e^{i(k \cdot r - \omega t)}$$

dengan:

E_0 dan B_0 : Amplitudo medan listrik dan magnet
$k = k$n : Vektor gelombang dengan arah propagasi n dengan panjang gelombang $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
$\omega = 2\pi f$: Frekuensi sudut

Persamaan ini menyatakan bahwa gelombang merambat dengan kecepatan $c = \frac{\omega}{\lambda}$, di mana $c = \frac{1}{\mu_0}$

Implementasi persamaan gelombang elektromagnetik dalam radar berhubungan dengan bagaimana radar menggunakan gelombang elektromagnetik untuk mendeteksi, mengukur, dan melacak objek. Penurunan matematis PDP menjelaskan bagaimana gelombang elektromagnetik merambat dan berinteraksi dengan lingkungan. Persamaan Maxwell menjadi fondasi untuk memahami dan mengoptimalkan teknologi radar.

Selain solusi analitik berupa gelombang datar, persamaan Maxwell juga dapat diselesaikan secara numerik menggunakan metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD). Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Yee (1966) dan kemudian dikembangkan secara luas oleh Taflove et al. (2005). Dalam pendekatan ini, persamaan Maxwell didiskretisasi dalam domain waktu dan ruang sehingga menghasilkan bentuk skema numerik sebagai berikut:

$$H_x^{n+1} = H_x^n - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y}\left(E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i,j)\right) \quad (7)$$

$$H_y^{n+1} = H_y^n - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x}\left(E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i,j)\right) \quad (8)$$

$$E_z^{n+1} = E_z^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0}\left(\frac{H_y^{n+1}(i,j) - H_y^{n+1}(i-1,j)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1}(i,j) - H_x^{n+1}(i-1,j)}{\Delta y}\right) \quad (9)$$

dengan

H_x dan H_y : Komponen medan magnet

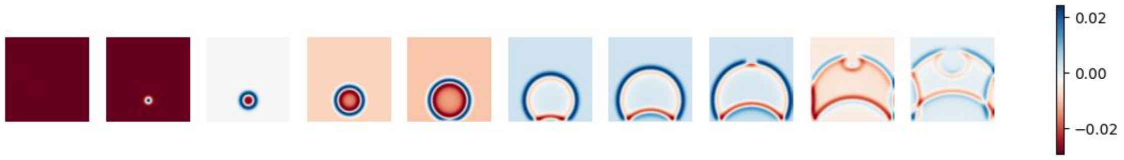
E_z : Komponen medan Listrik

Δx dan Δy : Ukuran grid spasial

Δt : Langkah waktu

μ_0 : Permeabilitas

ϵ_0 : Permitivitas vakum



Gambar 1. Simulasi FDTD Perambatan dan Pantulan Gelombang Elektromagnetik

Hasil simulasi dengan skema di atas ditunjjukan pada Gambar 1. Gelombang elektromagnetik dipancarkan dari sumber di bagian bawah, kemudian merambat menuju objek reflektif yang diletakkan di bagian atas. Ketika mengenai objek, sebagian energi dipantulkan kembali dan sebagian lainnya menyebar di sekitar target. Pola pantulan ini sesuai dengan teori refleksi gelombang dan menjadi ilustrasi dari prinsip kerja radar dalam mendeteksi keberadaan objek berdasarkan sinyal pantulannya.

Simulasi ini memperlihatkan bagaimana persamaan Maxwell dapat diterapkan secara praktis untuk memodelkan propagasi dan pantulan gelombang elektromagnetik. Hasil ini menunjukkan bahwa konsep PDP bukan hanya bersifat teoritis, tetapi dapat divisualisasikan secara nyata dalam konteks radar. Dengan demikian, subbab ini mendukung tujuan penelitian untuk menghubungkan teori matematis dengan implementasi teknis.

3. PDP dalam Teknologi Radar selama Perang Dunia II

Perang Dunia II adalah masa di mana kemajuan teknologi menjadi penentu strategi militer, dan radar memainkan peran penting dalam mendukung kemampuan deteksi dan respons cepat terhadap ancaman musuh. Salah satu aspek teknis yang mendasari pengembangan radar pada masa itu adalah penggunaan PDP untuk memodelkan fenomena gelombang elektromagnetik dan optimisasi desain antena radar.

Dalam teknologi radar, persamaan gelombang, yaitu jenis PDP yang digunakan untuk menggambarkan propagasi gelombang elektromagnetik, memainkan peranan penting. Propagasi gelombang elektromagnetik adalah pergerakan energi berupa medan listrik dan medan magnet yang berosilasi secara tegak lurus terhadap arah rambat. Secara matematis, propagasi ini dimodelkan oleh persamaan gelombang eletromagnetik,

$$\nabla^2 E - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0,$$

yang dengan asumsi *steady-state* ($e^{i\omega t}$) direduksi menjadi persamaan Helmholtz,

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0.$$

Pemanfaatan persamaan ini memungkinkan Sekutu untuk menghitung pola radiasi antena radar dengan presisi tinggi, sehingga meningkatkan kemampuan radar dalam mendeteksi pesawat dan kapal musuh secara *real-time*, yang sangat penting dalam pertempuran udara dan laut (Galati, 2015; Knott, 1985).

Selain itu, PDP diterapkan dalam desain panduan gelombang (*waveguide*), yaitu struktur yang mengarahkan gelombang elektromagnetik dari pemancar menuju antena dan kembali ke penerima dengan efisiensi tinggi dan kehilangan daya minimal. Model matematisnya juga mengikuti solusi persamaan Helmholtz dengan kondisi batas pada dinding konduktor. Misalnya, mode TE_{10} pada *waveguide* persegi panjang memenuhi,

$$\nabla_t^2 E_z + (k^2 - \beta^2) E_z = 0,$$

dengan β sebagai konstanta propagasi (Skolnik, 2002). Dengan memahami mekanisme propagasi gelombang dalam panduan ini, insinyur dapat mengembangkan sistem radar yang lebih efektif dalam melacak pergerakan musuh, memberikan keuntungan strategis di medan perang (Brown & March, 2000).

Pengembangan radar juga melibatkan analisis fenomena difraksi, yaitu pembelokan gelombang saat melewati penghalang atau celah kecil. Difraksi menjadi kunci dalam memprediksi pola interferensi, yaitu hasil interaksi gelombang yang menghasilkan daerah penguatan dan pelemahan. Secara matematis, fenomena ini dimodelkan melalui integral difraksi Kirchhoff,

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda} \iint_A \frac{e^{ikr}}{r} \cos\theta \, dA,$$

yang memberikan prediksi distribusi intensitas gelombang pada daerah bayangan maupun interferensi (Ufimtsev, 2002).

Proses ini didasarkan pada solusi dari persamaan Helmholtz, yang merupakan hasil reduksi persamaan gelombang menggunakan asumsi medan waktu tetap (*steady-state*). Konesp *Radar Cross Section* (RCS) juga menjadi bagian penting, dengan definisi matematis,

$$\sigma = \lim_{r \to \infty} 4\pi r^2 \frac{|E_S|^2}{|E_i|^2},$$

yang digunakan untuk mengukur seberapa besar energi gelombang dipantulkan oleh target (Dybdal, 2005). Hasilnya memungkinkan radar untuk mendeteksi pesawat dan kapal musuh bahkan di bawah gangguan medan gelombang yang intens. Misalnya, model difraksi digunakan untuk meningkatkan akurasi sistem radar anti-pesawat dengan mendeteksi lokasi target secara *real-time* berdasarkan variasi amplitudo dan fase gelombang balik yang diterima (Kryachko & Tyurina, 2025)

Melalui analisis ini, distribusi intensitas gelombang, yaitu pola penyebaran energi gelombang elektromagnetik dalam ruang yang melibatkan daerah penguatan maksimum dan pelemahan, dapat dihitung. Hal ini memungkinkan radar untuk mendeteksi target kecil yang berada pada jarak jauh atau dalam kondisi medan perang yang kompleks. Pengetahuan ini sangat penting dalam operasi seperti Pertempuran Atlantik, di mana radar membantu melacak dan menghancurkan kapal selam musuh (Simmons, 2016).

Secara keseluruhan, penerapan PDP dalam pengembangan teknologi radar bukan hanya inovasi teknis tetapi juga pilar strategis yang mendukung kemenangan Sekutu dalam Perang Dunia II. Aplikasinya yang luas, mulai dari perhitungan pola radiasi antena hingga analisis propagasi gelombang mikro, memberikan keunggulan besar dalam deteksi dan respons cepat terhadap ancaman musuh di berbagai front pertempuran.

Studi kasus Perang Dunia II menunjukkan penerapan konkret PDP dalam desain antena, *waveguide*, dan analisis difraksi, yang memberikan keunggulan strategis dalam medan perang. Temuan ini mempertegas bahwa PDP tidak hanya relevan secara teoritis, tetapi memiliki dampak aplikatif yang signifikan terhadap perkembangan teknologi. Hal ini sejalan dengan tujuan penelitian untuk menumbuhkan apresiasi terhadap peran matematika dalam inovasi teknologi modern.

SIMPULAN

Penelitian ini menegaskan bahwa Persamaan Diferensial Parsial (PDP), melalui persamaan Maxwell dan persamaan gelombang, berperan sebagai dasar matematis dalam pengembangan teknologi radar. PDP mendukung desain dan optimasi radar, mulai dari perhitungan pola radiasi antena, analisis propagasi dalam waveguide, hingga pemodelan fenomena difraksi yang meningkatkan akurasi deteksi target. Simulasi numerik juga memperlihatkan bahwa konsep PDP dapat diterapkan secara praktis untuk memvisualisasikan propagasi dan pantulan gelombang elektromagnetik, memperkuat relevansinya dalam konteks teknis. Selain itu, penelitian ini mengungkap adanya kesenjangan dalam kurikulum pendidikan teknik, di mana pembelajaran PDP cenderung teoritis dan kurang aplikatif. Hal ini berpotensi membuat lulusan kurang siap menghadapi kebutuhan industri yang menuntut keterampilan praktis. Oleh karena itu, reformasi kurikulum diperlukan agar konsep-konsep matematis, seperti PDP, tidak hanya diajarkan secara teoritis, tetapi juga dikaitkan dengan penerapan nyata dalam teknologi modern, termasuk radar.

DAFTAR PUSTAKA

Awanda, A. M., Putri, P. C., & Fadlah, R. C. (2025). Desuggestopedia sebagai Metode Inovatif dalam Pembelajaran Bahasa Inggris: Tinjauan literatur. *Karimah Tauhid*, *4*(8), 6019–6028. https://doi.org/10.30997/karimahtauhid.v4i8.19917

Brown, L., & March, R. H. (2000). A Radar History of World War II: Technical and Military Imperatives. *Physics Today*, *53*(10), 82–84. https://doi.org/10.1063/1.1325205

Calinger, R. S. (2016). *Leonhard Euler: Mathematical Genius in the Enlightenment*. Princeton University Press.

Denton, D. D. (1998). Engineering education for the 21st century: Challenges and opportunities. *Journal of Engineering Education*, *87*(1), 19–22.

Dilhani, R. (2015). Comparison of Gaps in Mathematics in Engineering Curricula. *International Journal of Engineering Technology, Management and Applied Sciences*, *3*(10), 49–54.

Dybdal, R. B. (2005). Radar cross section measurements. *Proceedings of the IEEE*, *75*(4), 498–516.

Fedorkow, G. C. (2025). Whirlwind and the Roots of Continental Air Defense. *IEEE Annals of the History of Computing*, 1–19. https://doi.org/10.1109/MAHC.2025.3588714

Folland, G. D. (1995). *Introduction to Partial Differential Equations* (Princeton University Press, Ed.; 2nd ed.).

Fortune, R. (2024). On the Vibration of Strings: An English Translation of Leonhard Euler's `Sur la Vibration des Cordes' (E140). *Euleriana*, *4*, 134–148. https://doi.org/10.56031/2693-9908.1076

Galati, G. (2015). 100 Years of Radar. In *100 Years of Radar*. Springer International Publishing.

Garcia-Atutxa, I., Calvo-Soraluze, H., Barrio, E. D., & Villanueva-Flores, F. (2025). The strategic and technological impact of radar in World War II. *History of Science and Technology*, *15*(1), 62–78. https://doi.org/10.32703/2415-7422-2025-15-1-62-78

Graham, R. (2018). The global state of the art in engineering education. *Massachusetts Institute of Technology (MIT) Report, Massachusetts, USA*.

Handayanto, A. (2010). Persamaan Differensial Parsial dalam Koordinat Silindirs pada Masalah Konduksi Panas. *AKSIOMA: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *1*(1), 1–7. https://doi.org/10.26877/aks.v1i1/Maret.75

Ishimaru, A. (2017). *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering: From Fundamentals to Applications*. John Wiley & Sons.

Islam, S., & Islam, S. (2025). Multiple Target Detection by URA-based Surveillance Radar. *HBRP Publication*, *1*(3), 8–20. https://doi.org/10.5281/zenodo.16408430

Knott, E. F. (1985). A progression of high-frequency RCS prediction techniques. *Proceedings of the IEEE, 73*(2), 252–264.

Kryachko, A. F., & Tyurina, A. I. (2025). Diffraction of a Nonharmonic Signal on a Spatially Periodic Structure of a Sawtooth Profile. *2025 Systems of Signals*

Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 1–4. https://doi.org/10.1109/IEEECONF64229.2025.10948051

Lozada, E., Guerrero-Ortiz, C., Coronel, A., & Medina, R. (2021). Classroom Methodologies for Teaching and Learning Ordinary Differential Equations: A Systemic Literature Review and Bibliometric Analysis. *Mathematics*, *9*(7). https://doi.org/10.3390/math9070745

Maurey, B. (2019). Fourier, One Man, Several Lives. *EMS Newsletter*, *9*, 8–20. https://doi.org/10.4171/NEWS/113/5

Muslim, S. R. (2017). Pengaruh Penggunaan Model Project Based Learning Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik Peserta Didik SMA. *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)*, *1*(2), 88–95. https://doi.org/10.35706/sjme.v1i2.756

Oliveira, A. R. E. (2020). D’Alembert and the Wave Equation: Its Disputes and Controversies. *Advances in Historical Studies*, *9*(4), 229–239. https://doi.org/10.4236/ahs.2020.94019

Orfanidis, S. J. (2016). Electromagnetic Waves and Antennas. In *Rutgers University*. Rutgers University.

Pun, S. (2021). How Radar Technology Changed the Course of the World after World War II-Science and Technology. *Unity Journal*, *2*, 243–250. https://doi.org/10.3126/unityj.v2i0.38847

Simmons, G. F. (2016). *Differential Equations with Applications and Historical Notes*. CRC Press.

Skolnik, M. (2002). Role of radar in microwaves. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, *50*(3), 625–632.

Supandi. (2010). Analisis Stabilitas Model Persamaan Diferensial pada Interaksi Dua Populasi dengan Faktor Logistik. *AKSIOMA: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *1*(1), 1–9. https://doi.org/10.26877/aks.v1i1/Maret.72

Taflove, A., Hagness, S. C., & Piket-May, M. (2005). Computational electromagnetics: the finite-difference time-domain method. *The Electrical Engineering Handbook*, *3*(629–670), 15.

Ufimtsev, P. Y. (2002). Comments on diffraction principles and limitations of RCS reduction techniques. *Proceedings of the IEEE*, *84*(12), 1830–1851.

Yee, K. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, *14*(3), 302–307.

Zhao, S. (2022). On The Teaching Innovation of The Differential Equation Course for Engineering Students. *Journal of Advances in Mathematics*, *21*, 35–37. https://doi.org/10.24297/jam.v21i.9202